

FUNDAMENTOS DE **VIBRAÇÕES** E **RUÍDO**

Nuno M. M. Maia

Hugo F. Diniz Policarpo

Rui P. Chedas de Sampaio



AUTORES

NUNO M. M. MAIA
HUGO F. DINIZ POLICARPO
RUI P. CHEDAS DE SAMPAIO

TÍTULO

FUNDAMENTOS DE VIBRAÇÕES E RUÍDO

EDIÇÃO

Quântica Editora – Conteúdos Especializados, Lda.
Tel. 220 939 053 · E-mail: geral@quanticaeditora.pt · www.quanticaeditora.pt
Praça da Corujeira n.º 38 · 4300-144 PORTO

CHANCELA

Engebook – Conteúdos de Engenharia

DISTRIBUIÇÃO

Booki – Livraria Técnica
Tel. 220 104 872 · E-mail: info@booki.pt · www.booki.pt

DESIGN DE CAPA

Luciano Carvalho
Delineatura, Design de Comunicação · www.delineatura.pt

APOIO

SPECMAN – Soluções de Engenharia, Lda. · www.specman.pt

IMPRESSÃO

Setembro, 2026

DEPÓSITO LEGAL

569048/26



A **cópia ilegal** viola os direitos dos autores.
Os prejudicados somos todos nós.

Copyright © 2026 | Todos os direitos reservados a Quântica Editora – Conteúdos Especializados, Lda.
A reprodução desta obra, no todo ou em parte, por fotocópia ou qualquer outro meio, seja eletrónico, mecânico ou outros, sem prévia autorização escrita do Editor e do Autor, é ilícita e passível de procedimento judicial contra o infrator.

A presente obra foi elaborada de acordo com a ortografia anterior ao Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa de 1990, por opção dos autores.

CDU
534 Vibrações. Acústica

ISBN
Papel: 9789899305465
E-book: 9789899305472

Catálogo da publicação
Família: Engenharia Mecânica
Subfamília: Outros

Índice

Prefácio	xi
-----------------	-----------

Capítulo 1 Elementos Fundamentais	15
--	-----------

1.1	Introdução	15
1.2	Conceitos Básicos	15
1.2.1	Tipos de Sinais	15
1.2.2	Graus de Liberdade/Discretização	17
1.2.3	Elementos de um Sistema Vibratório	23
1.2.4	Movimento Harmónico Simples	28
1.2.5	Movimento Periódico Não Harmónico	30
1.2.6	Batimento	32
1.2.7	Notação Complexa	35
1.3	Problemas Propostos	37

Capítulo 2 Formulação das Equações de Equilíbrio Dinâmico	39
--	-----------

2.1	Introdução	39
2.2	Equações de Equilíbrio Dinâmico baseadas na Mecânica Vectorial	39
2.3	Equações de Equilíbrio Dinâmico baseadas na Mecânica Analítica	40
2.3.1	Princípio da Conservação da Energia	41
2.3.2	Generalização do Princípio da Conservação da Energia	43
2.3.3	Princípio dos Trabalhos Virtuais	45
2.3.4	Princípio de Hamilton	47
2.3.5	Equações de Lagrange	52
2.4	Problemas Propostos	64
	Bibliografia	70

Capítulo 3 Sistema de 1 Grau de Liberdade 71

3.1	Introdução	71
3.2	A Equação de Equilíbrio Dinâmico	71
3.3	Sistemas Equivalentes	73
3.3.1	Associações de Molas e de Amortecedores	75
3.4	Resposta em Vibração Livre sem Amortecimento	89
3.5	Resposta em Vibração Livre Amortecida	91
3.5.1	Determinação do Factor de Amortecimento. Decremento Logarítmico	95
3.6	Vibração Forçada	102
3.6.1	Resposta a uma Força Harmónica de Amplitude Constante	103
3.6.2	Resposta a uma Força Harmónica de Amplitude Variável	121
3.6.3	Resposta a um Deslocamento Harmónico Imposto	134
3.6.4	Transmissibilidade de Movimento	136
3.6.5	Transmissibilidade de Forças	140
3.6.6	Transdutores para Medição de Vibrações	144
3.6.7	Resposta a uma Força Harmónica com Amortecimento Histerético*	155
3.6.8	Resposta a uma Excitação Periódica	169
3.6.9	Resposta a uma Solicitação Não Periódica	177
3.6.10	Resposta a uma Solicitação Aleatória*	194
3.7	Problemas Propostos	201
	Bibliografia	206

Capítulo 4 Sistemas Discretos com Múltiplos Graus de Liberdade 207

4.1	Introdução	207
4.2	Equação de Equilíbrio Dinâmico com Amortecimento Viscoso	207
4.3	Resposta Não Amortecida	209
4.3.1	Vibração Livre. Frequências Naturais e Modos de Vibração	209
4.3.2	Transformação de Coordenadas	215

4.3.3	Resposta Forçada	218
4.3.4	Ortogonalidade e Normalização dos Modos de Vibração	243
4.3.5	Resposta em Vibração Livre usando as Propriedades de Ortogonalidade	250
4.4	Resposta com Amortecimento Viscoso	253
4.4.1	Vibração Livre. Frequências Naturais e Modos de Vibração	253
4.4.2	Resposta Forçada	263
4.5	Resposta Com Amortecimento Histerético*	267
4.5.1	Vibração Livre. Frequências Naturais e Modos de Vibração	267
4.5.2	Resposta Forçada	269
4.6	Sistemas Semi-Definidos	271
4.7	Métodos Aproximados para o Cálculo de Frequências Naturais	274
4.7.1	Quociente de Rayleigh e o Método dos Coeficientes de Influência	274
4.7.2	Equação de Dunkerley	280
4.8	Problemas Propostos	284
	Bibliografia	303

Capítulo 5 Sistemas Contínuos

305

5.1	Introdução	305
5.2	Vibração transversal de Cordas	305
5.2.1	Vibração Livre	308
5.2.2	Vibração Forçada	321
5.3	Vibração de Barras Uniformes	335
5.3.1	Vibração Livre	336
5.3.2	Vibração Forçada	350
5.4	Vibração de Veios Uniformes	355
5.4.1	Vibração Livre	357
5.4.2	Vibração Forçada	368
5.5	Vibração livre de Vigas Uniformes	373
5.5.1	Vibração Livre	376
5.5.2	Vibração Forçada	397
5.6	Quociente de Rayleigh	408

5.7	Problemas Propostos	424
	Bibliografia	434

Capítulo 6 Controlo de Condição por Medição de Vibrações **435**

6.1	Introdução	435
6.1.1	Identificação do Dano	437
6.1.2	Medição e Análise de Vibrações	438
6.2	Técnicas de Controlo de Condição por Medição e Análise de Vibrações	439
6.2.1	Medição	439
6.2.2	Análise no Domínio do Tempo	440
6.2.3	Análise no Domínio da Frequência	440
6.3	Os Efeitos da Vibração na Integridade Estrutural e Condição das Máquinas	445
6.4	Aquisição de Sinal	449
6.5	Exposição das Máquinas à Vibração	452
6.5.1	Detecção de Anomalias	455
6.5.2	Diagnóstico	459
6.6	Exemplos Práticos	490
6.6.1	Chumaceiras de Rolamentos	490
6.6.2	Correias	498
6.6.3	Engrenagens	503
6.7	Técnicas de Correção	507
6.7.1	Vibrações nas Máquinas e Estruturas	507
6.7.2	Absorção de Vibrações	509
6.7.3	Equilibragem no Local	509
6.7.4	Notas Finais	535
6.8	Problemas Propostos	536
	Referências	538

Capítulo 7 Introdução ao Ruído **539**

7.1	Preâmbulo	539
7.2	Conceitos Fundamentais	540
7.2.1	Introdução	540

7.2.2	Características e Propriedades do Som	541
7.2.3	Níveis Sonoros e Noção de Decibel	544
7.2.4	Potência e Intensidade Sonoras	547
7.2.5	Níveis de Pressão, Intensidade e Potência Sonoras	548
7.2.6	Combinação de Sons Provenientes de várias Fontes. Adição e Subtracção em Decibel	556
7.2.7	Espectro Sonoro e Filtro de Oitavas	558
7.2.8	O Sonómetro e as Escalas de Ponderação (ou Filtros Ponderadores)	562
7.3	O Ouvido Humano e os Efeitos do Ruído no Homem	567
7.3.1	Introdução. Anatomia do ouvido	567
7.3.2	Gama Audível	570
7.3.3	Intensidade, Timbre e Altura	571
7.3.4	Caixas de Ressonância	572
7.3.5	Altura, Sensibilidade Auditiva (Loudness) e Curvas Isofónicas	572
7.3.6	Mascaramento de Sons	574
7.3.7	Medição da Exposição ao Ruído. Nível Sonoro Contínuo Equivalente	575
7.3.8	Dosímetro	
7.4	Elementos de Acústica de Salas e outros Espaços Fechados	587
7.4.1	Introdução	587
7.4.2	Requisitos para uma Boa Acústica numa Sala de Espectáculos	588
7.4.3	Noções Gerais sobre o Comportamento do Som	588
7.4.4	Reflectores Acústicos	589
7.4.5	Forma da Sala	589
7.4.6	Volume da Sala	590
7.4.7	Tempo de Reverberação	591
7.4.8	Coefficientes de Absorção e de Transmissão. Absorção de uma Sala	593
7.4.9	Tipos de Absorsores	599
7.5	Propagação do Som Através do Ar e das Estruturas	601
7.5.1	Introdução	601
7.5.2	Campos Sonoros	601
7.5.3	Transmissão do Som Através do Ar	603
7.5.4	Transmissão do Som através de Estruturas	609

7.6	Determinação da Intensidade e Potência Sonoras	612
7.6.1	Introdução	612
7.6.2	Determinação da Potência Sonora a partir do Nível de Pressão Sonora	613
7.6.3	Determinação da Potência Sonora a partir da Intensidade Sonora	616
7.7	Controlo de Ruído Industrial	619
7.7.1	Introdução	619
7.7.2	Identificação e Diagnóstico de Fontes Sonoras	620
7.7.3	Redução de Forças que originam Vibrações	620
7.7.4	Redução de Vibrações	621
7.7.5	Capotagens	622
7.7.6	Silenciadores	623
7.7.7	Controlo de Ruído junto ao Receptor	627
7.8	Indicações sobre Legislação e Normas	630
7.8.1	Introdução	630
7.8.2	Regulamento Geral do Ruído (RGR)	630
7.8.3	Regulamento dos Requisitos Acústicos dos Edifícios	632
7.8.4	Ruído nos Postos de Trabalho	633
7.8.5	Normas Portuguesas	634
7.9	Problemas Propostos	637
	Bibliografia	641
	Siglas e Acrónimos	643
	Soluções para os Problemas Propostos	645
	Índice Remissivo	669

Capítulo 1

Elementos Fundamentais

1.1 Introdução

Neste primeiro capítulo começamos por definir algumas propriedades e conceitos fundamentais, tais como o tipo de solicitações dinâmicas que podemos encontrar, como se procede à discretização de um sistema real complexo com a finalidade de definir o modelo matemático que irá ser objecto de estudo, quais os elementos de um sistema dinâmico, qual o resultado da combinação de vários sinais, etc.

1.2 Conceitos Básicos

1.2.1 Tipos de Sinais

Quando pensamos em algo a vibrar imaginamos em primeiro lugar um determinado tipo de movimento repetitivo, normalmente associado a algum ruído. Geralmente, esse movimento pode ser causado por cargas que são induzidas ou geradas em máquinas ou estruturas, ou pode resultar de movimentos impostos. Se pretendermos estabelecer uma classificação, referir-nos-emos tanto às solicitações como às respostas dinâmicas que resultam dessas solicitações como sinais dinâmicos. Assim, podemos começar por distinguir dois grandes grupos, o dos sinais determinísticos e o dos não determinísticos ou aleatórios; ao primeiro grupo pertencem aqueles em que conseguimos saber com exactidão o seu valor num determinado instante no tempo; no segundo grupo ficam os que apenas podemos caracterizar em termos estatísticos. Determinístico será o movimento do mecanismo de biela-manivela, ou de qualquer máquina que tenha algum órgão interno rotativo algo desequilibrado,

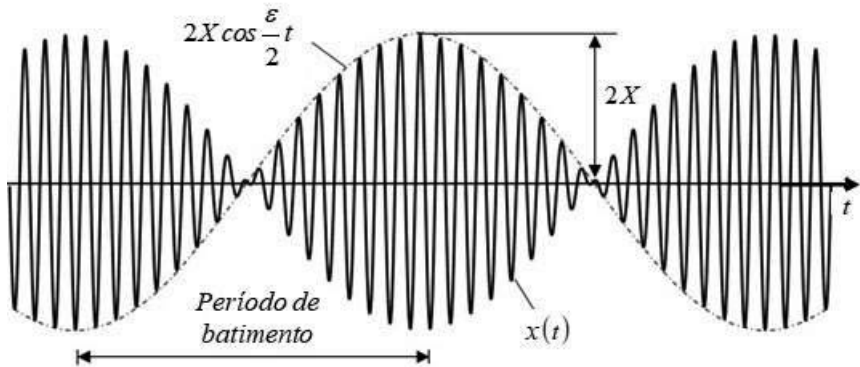


Figura 1.9 Exemplo de batimento.

Analizando apenas a variação em módulo da amplitude, se em $t = 0$ for $2X$, em $t = 2\pi/\varepsilon$ será $-2X$. O chamado período de batimento será, portanto, $T_b = 2\pi/\varepsilon$ e a frequência de batimento será $\omega_b = \varepsilon$, igual à diferença entre as frequências dos dois sinais.

O exemplo clássico deste fenómeno é o do avião bimotor, em que as velocidades de rotação dos motores nunca são exactamente iguais, dando origem a um ruído com uma frequência baixa, igual à diferença das velocidades.

Exercício 1.5

A figura E-1.5.1 representa um dispositivo constituído por duas ventoinhas, 1 e 2, que têm desequilíbrios e velocidades ligeiramente diferentes.

Quanto se liga apenas a ventoinha nº 1, verifica-se que esta origina uma vibração harmónica a uma velocidade de 1972.4 rpm, com uma determinada amplitude. Desligando esta e ligando a ventoinha nº 2, a vibração harmónica é agora à velocidade de 2050.9 rpm, com uma amplitude um pouco diferente. Quando se ligam as duas ventoinhas simultaneamente, a vibração que é transmitida à base corresponde a uma situação de batimento. Determinar a frequência e o período de batimento.

de medição em frequência que pode chegar aos 50 kHz, ou seja, sensivelmente cinco vezes superior à do acelerómetro. A principal desvantagem do transdutor de proximidade de correntes de *eddy* é o facto de necessitar que o material da estrutura que está a vibrar seja um material condutor de corrente eléctrica, pelo que não é possível utilizar este tipo de sensor para medir vibrações em, por exemplo, materiais poliméricos.

Velocímetro Laser

À semelhança do transdutor de proximidade de correntes de *eddy*, o velocímetro *Laser* é utilizado para realizar medições de vibração sem estar em contato com a superfície da estrutura ou máquina que está a vibrar. O velocímetro *Laser* é um dispositivo óptico, sendo que os mais comuns se baseiam no efeito *Doppler*, ou desvio de *Doppler* da frequência, para medir as velocidades de vibração.

De uma forma geral o seu funcionamento tem por base a emissão de um feixe *Laser*, ver figura 3.34, que é dividido e posteriormente recombinado, obtendo-se uma relação de fase no feixe resultante que contém informação relacionada com as velocidade e posição da estrutura que está a vibrar.

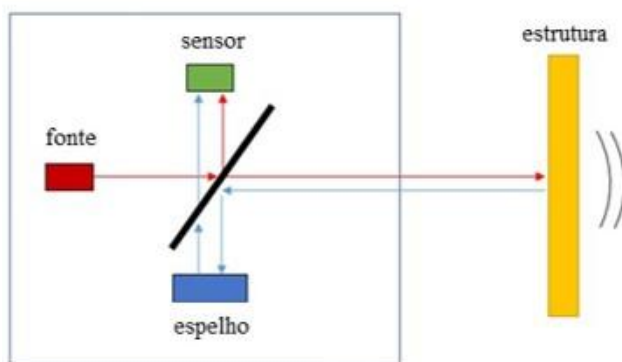


Figura 3.34 Representação geral do funcionamento de um velocímetro *Laser* onde as linhas vermelha e azul ilustram o feixe emitido e refletido, respectivamente.

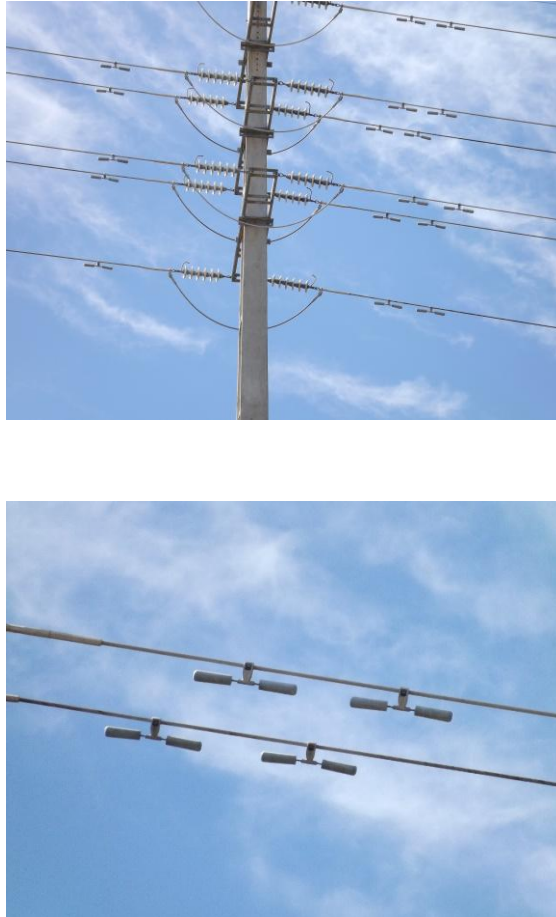


Figura 4.13 Absorsores dinâmicos em linhas de alta tensão.

aproximação será aceitável, mas haverá outros em que essa aproximação seria muito imprecisa, por exemplo se pensarmos no caso de um motor Diesel assente no casco de um navio, ou de um motor na asa de um avião.

Começemos por assumir o caso não amortecido e também que podemos definir com precisão a massa da fundação onde assenta uma máquina, que tem uma força harmónica aplicada $f_{ap}(t)$. Nesse caso, o modelo será o de dois *GDL*, como na figura 4.14.

6.2 Técnicas de Controlo de Condição por Medição e Análise de Vibrações

6.2.1 Medição

Se pretendermos medir a vibração de um dado equipamento (figura 6.2), podemos medir deslocamento, velocidade ou aceleração, pois estas quantidades estão relacionadas entre si.



Figura 6.2 Medição de vibrações.

A medição da aceleração é a mais comum. Por vezes, é preciso medir-se a vibração torcional, como acontece nos veios. Nesse caso, devemos medir o deslocamento, velocidade ou aceleração angulares. Como o sistema ao vibrar se deforma, poderá ser importante medir em diferentes localizações e em diferentes direcções, a fim de caracterizar completamente a sua vibração.

Ao medirmos a vibração devemos decidir-nos se queremos quantificá-la para, por exemplo, compará-la com limites previamente estabelecidos, ou se queremos observar o seu padrão para, por exemplo, o correlacionarmos com algum tipo de dano ou condição do sistema. A análise da medição pode ser efectuada no domínio do tempo ou da frequência.



Figura 6.11 Aquisição de vibrações com acelerómetro digital e armazenamento em *smartphone*.

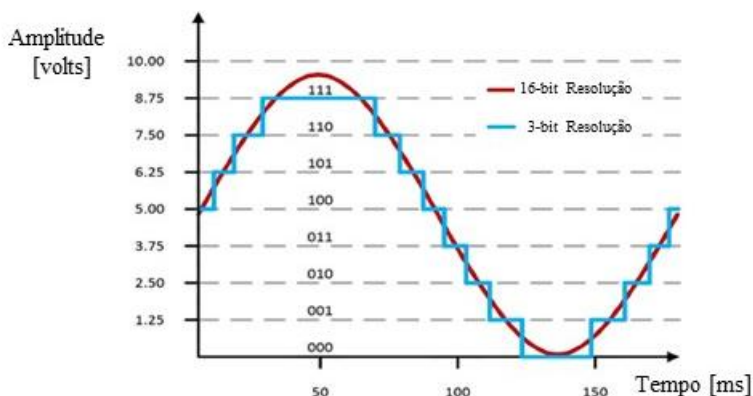


Figura 6.12 Comparação da conversão analógica-digital de um sinal sinusoidal numa placa de 16 bits e noutra de 3 bits de resolução.

A percepção que se tem do sinal depende da *frequência de amostragem* (f_a) e da quantização (figura 6.14). O sinal digital da figura 6.14 é essencialmente caracterizado pelas seguintes propriedades:

- *amplitude de pico*, A [X , $\dot{X}$ ou $\ddot{X}$];
- número de valores adquiridos, N ;
- *período* ou *Tempo de aquisição*, T [s];
- *frequência de amostragem* (*sampling frequency*) f_a .

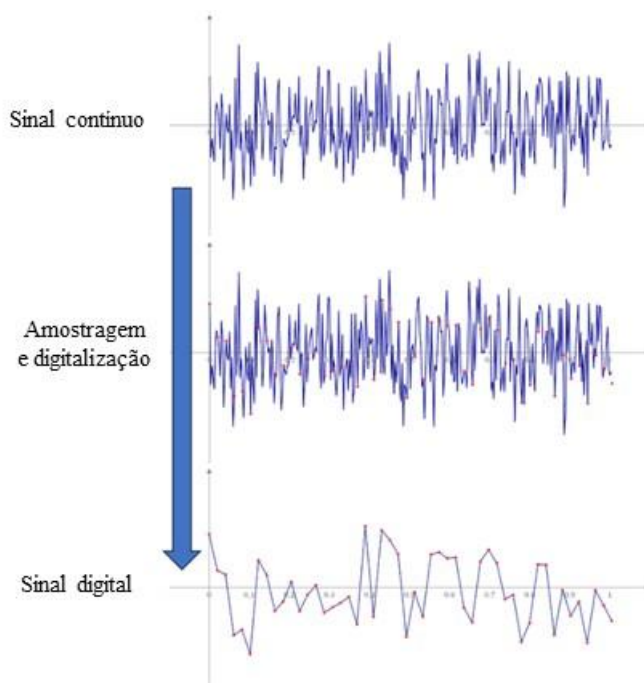


Figura 6.13 Aquisição de sinal digital.

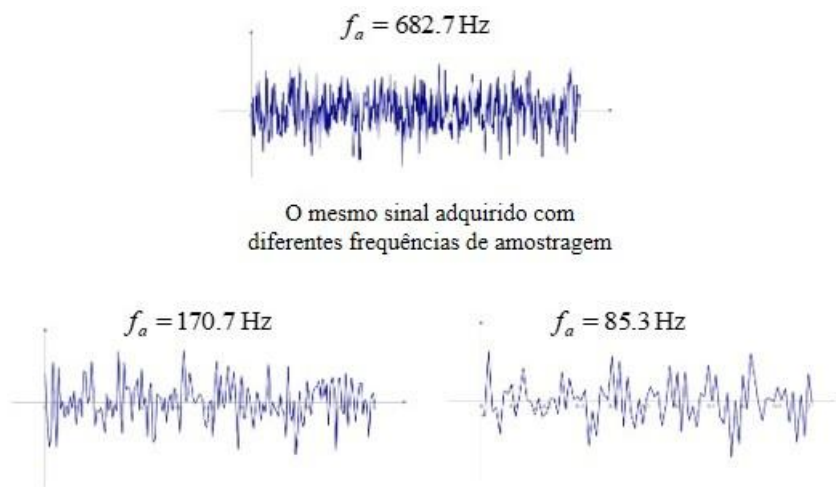


Figura 6.14 Influência da frequência de amostragem na percepção que temos do sinal medido.

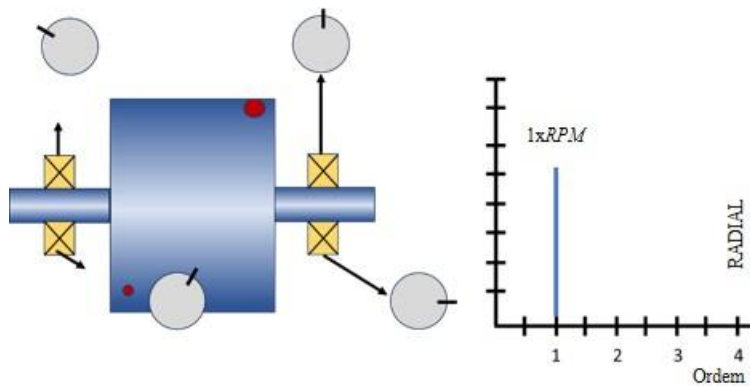


Figura 6.20 Desequilíbrio dinâmico. Amplitudes, frequências e fases nas chumaceiras.

2. a fase a $1 \times RPM$ na direcção radial pode ser instável;
3. as amplitudes axiais em geral serão bastante significativas;
4. frequências, amplitudes e fases nas chumaceiras (figura 6.21).

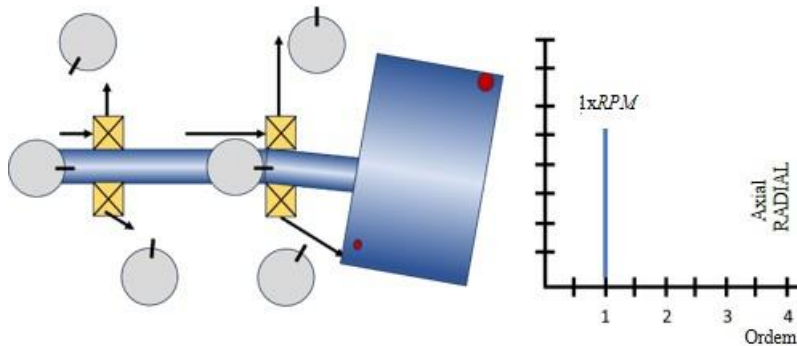


Figura 6.21 Desequilíbrio dinâmico com o rotor suspenso. Amplitudes, frequências e fases nas chumaceiras.

Exercício 6.1

Um motor elétrico de 30 kW, montado rigidamente, roda a 1500 RPM (25 Hz). Foram medidas as seguintes amplitudes de velocidade

Procedendo à análise de tendência, obtemos o resultado apresentado na figura E-6.6.2.

Conclui-se que se deve agendar a substituição da chumaceira de rolamentos próximo do mês 10 para operar o mais tempo possível (ou mais cedo se o motor for um equipamento crítico).

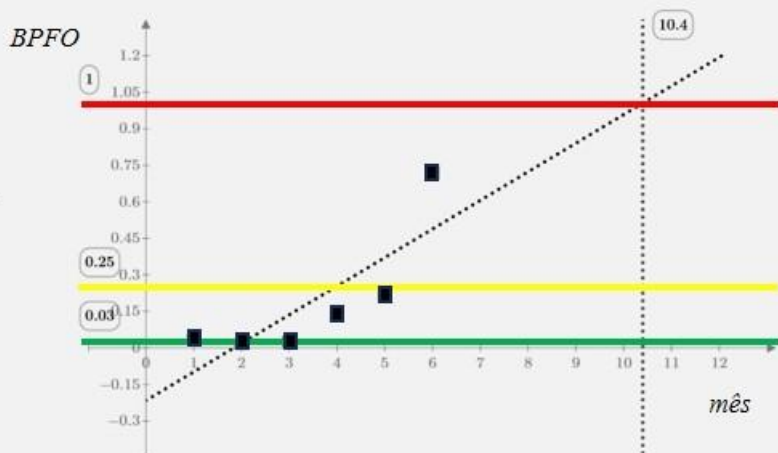


Figura E-6.6.2 Análise de tendência.

- c) A tendência crescente e a ultrapassagem do limiar de alerta (0.25) indicam dano em progressão; intervir nesta fase evita a avaria (provável se ultrapassar o alarme de perigo), o dano grave em veio/carcaça/caixa da chumaceira e a necessidade de uma paragem não planeada.

□

6.6.2 Correias

Natureza

As falhas nos sistemas de correias e polias produzem normalmente sintomas de vibração distintos que podem ajudar a diagnosticar

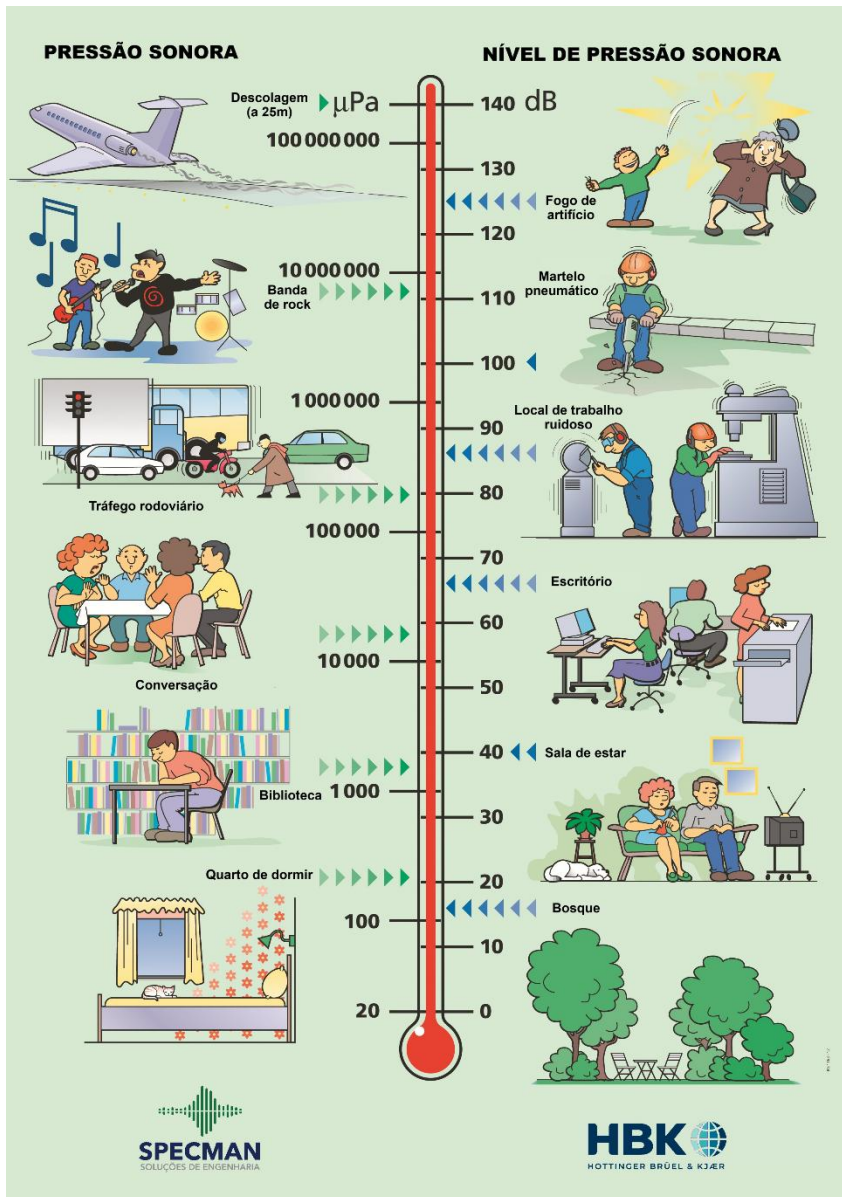


Figura 7.1 Termómetro acústico (Cortesia de Specman Portugal e Hottinger Brüel & Kjær).

Conclui-se que a escala em decibel é mais realista – o ouvido percebe-se mais da variação percentual da pressão sonora. 1 dB é a

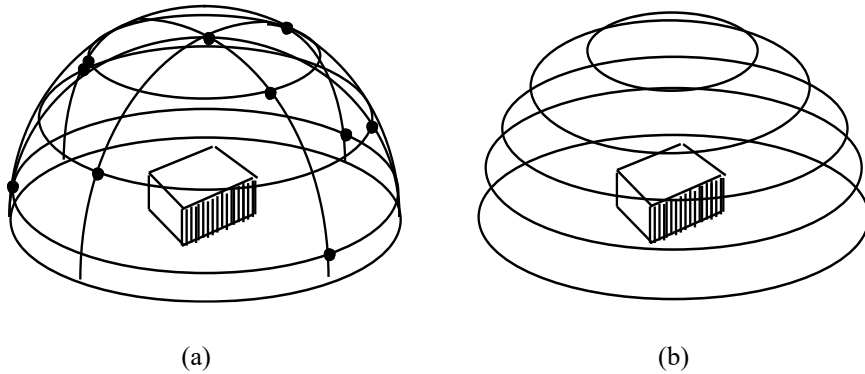


Figura 7.16 Posições dos microfones para medição do nível de pressão sonora, (a) segundo meridianos, (b) segundo paralelos.

em que

$\bar{L}_p$ é a média logarítmica dos valores de nível de pressão sonora medidos (dB re 20 μ Pa) em cada banda de frequência;

r é o raio da superfície hemisférica;

S_o é a área da superfície de referência (1 m²).

Note-se que, substituindo S_o por 1, se obtém a expressão

$$L_w = \bar{L}_p + 20 \log r + 8 \quad (7.60)$$

que não é mais do que a expressão (7.22), apenas com a diferença de $\bar{L}_p$ ser uma média logarítmica dos vários L_p medidos (em cada banda). O resultado será um espectro de potência e não apenas um único valor. No entanto, se se pretender apenas comparar níveis de potência entre máquinas semelhantes, poderá ser suficiente calcular um valor global do nível de potência sonora. Para comparar máquinas diferentes ou para se levar a cabo um programa de controlo de ruído, é indispensável uma análise espectral.

FUNDAMENTOS DE VIBRAÇÕES E RUÍDO

Nuno M. M. Maia

Hugo F. Diniz Policarpo

Rui P. Chedas de Sampaio

Sobre a obra

As vibrações estão presentes em quase todos os aspectos do nosso quotidiano — desde o funcionamento de máquinas domésticas e industriais até ao conforto e segurança nos meios de transporte e à integridade de máquinas e estruturas. Embora muitas vezes associadas a fenómenos indesejáveis, como o desgaste prematuro de equipamentos, a fadiga de materiais ou o desconforto humano, as vibrações podem também ser fundamentais, como é o caso da colheita mecanizada de fruta ou da produção musical. Este livro surge como um recurso essencial para colmatar a escassez de literatura técnica em português nesta área. Com uma abordagem equilibrada entre a fundamentação teórica rigorosa e a vertente prática, a obra guia o leitor desde os conceitos básicos até tópicos mais avançados.

Complementado por um vasto conjunto de problemas resolvidos e propostos, este livro abandona as longas exposições teóricas descontextualizadas, proporcionando uma ferramenta de estudo dinâmica que articula a teoria com a prática. É, simultaneamente, um manual de apoio indispensável para alunos e uma obra de referência para profissionais que pretendem aprofundar os seus conhecimentos sobre a dinâmica de máquinas e estruturas e a mitigação de ruído.

Sobre os autores

Nuno Manuel Mendes Maia é Professor Catedrático Jubilado do Instituto Superior Técnico (IST), Universidade de Lisboa. Possui Licenciatura (1978) e Mestrado em Engenharia Mecânica pelo IST (1985), Doutoramento em Vibrações Mecânicas pelo Imperial College de Londres, U.K. (1989) e Agregação pelo IST (2001). É autor de cerca de 230 publicações, incluindo três livros didáticos. Organizou 11 conferências internacionais sobre Dinâmica Estrutural, orientou dez alunos de doutoramento e coordenou projetos de investigação nacionais e internacionais.

Hugo Filipe Diniz Policarpo é doutorado em Engenharia Mecânica pelo Instituto Superior Técnico (2013) e professor no Departamento de Ciências e Tecnologia da Escola Naval. Aliando a sua experiência académica à liderança científica, exerce actualmente as funções de Diretor-Adjunto de Projectos e Actividades de Investigação no Centro de Investigação Naval (CINAV) da Marinha Portuguesa, dedicando-se à inovação e ao desenvolvimento de novas tecnologias nos sectores naval e marítimo.

Rui Pedro Chedas de Sampaio possui o Doutoramento e o Mestrado em Engenharia Mecânica pelo Instituto Superior Técnico, especializando-se em análise dinâmica e controlo de condição de máquinas e estruturas. Exerce actualmente funções como Professor na Escola Naval e investigador no IDMEC, tendo também leccionado no ISEL e na Escola Náutica Infante D. Henrique. Prestou serviço na Marinha de Guerra nos submarinos, navios de superfície e na Direção de Manutenção. Com vasta experiência prática e científica em vibrações mecânicas, manutenção preventiva condicionada e identificação de dano estrutural, é autor de diversas publicações internacionais de referência no sector.

Apoio



Também disponível em formato e-book



ISBN: 978-989-930-546-5



www.quanticaeditora.pt